Rangfolge →

| Junktor | | Umwandlungen | A: w<br>B: w | A: w<br>B: f | A: f<br>B: w | A: f<br>B: f | Sprechweisen | Gatter | [1] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Negation,<br>Verneinung | $\neg A$ | $= A \longrightarrow f$<br>$= A \longrightarrow \neg A$ | | | | | „nicht A“<br>„Es ist nicht so / richtig, dass A gilt.“ | not | |
| Konjunktion | $A \wedge B$ | $= \neg(\neg A \vee \neg B)$<br>$= \neg(B \longrightarrow \neg A)$ | w | f | f | f | „A und B“<br>„sowohl A als auch B“ | and | k, a |
| Exklusion,<br>konträrer Gegensatz | $\neg(A \wedge B)$ | $= \neg A \vee \neg B$<br>$= (A \longrightarrow \neg B) = (B \longrightarrow \neg A)$ | f | w | w | w | „nicht zugleich A und B“ | nand | k |
| Disjunktion[2] | $A \vee B$ | $= \neg(\neg A \wedge \neg B)$ | w | w | w | f | „A oder B“ | or | k, a |
| Nihilition,<br>Rejektion | $\neg(A \vee B)$ | $= \neg A \wedge \neg B$ | f | f | f | w | „weder A noch B“ | nor | k |
| ausschließende Disjunktion[3]<br>– auch Antivalenz, Kontravalenz | $A \oplus B$<br>$A \not\leftrightarrow B$ | $= (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)$<br>$= (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$<br>$= \neg(A \leftrightarrow B)$ | f | w | w | f | „A kontra / oder aber B“<br>„entweder A, oder B“<br>„A, außer / ausgenommen dass B“<br>„A, es sei denn, dass B“<br>„A genau dann, wenn nicht B“ | xor | k, a |
| materiale Implikation<br>– auch Konditional, Subjunktion | $A \longrightarrow B$ | Prämisse ⟶ Konklusion<br>$= \neg(A \wedge \neg B) = \neg A \vee B$<br>Kontraposition:<br>$= \neg B \longrightarrow \neg A$ | w | f | w | w | „wenn A, dann B“<br>„A impliziert B“<br>„A zieht B nach sich“<br>„A ist hinreichend / notwendig für B“ | | a |
| Replikation | $B \longrightarrow A$ | $= \neg A \longrightarrow \neg B = \neg B \vee A$ | | | | | „wenn B, dann A“ | | |
| materiale Äquivalenz<br>– auch Bikonditional, Bisubjunktion | $A \leftrightarrow B$ | $= (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$<br>$= (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$<br>$= (A \longrightarrow B) \wedge (B \longrightarrow A)$ | w | f | f | w | „A ist äquivalent zu B“<br>„A gilt genau / dann und nur dann, wenn B“<br>„A ist logisch äquivalent / gleichwertig zu B“ | xnor | k, a |
| werteverlaufsgleich | $A \equiv B$ | | | | | | „A ist werteverlaufsgleich mit B“ | | |

| | |
|---|---|
| Kontradiktionen | $(a \wedge \neg a) = (a \leftrightarrow \neg a) = f$ |
| Tautologien[4] | $a \vee \neg a = (a \leftrightarrow a) = w$<br>$(a \longrightarrow a) = (a \longrightarrow w) = f \longrightarrow a$ |
| Linksdistributivität von ∧ über ∨ | $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ |
| Rechtssdistributivität — | $(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$ |
| Linksdistributivität von ∨ über ∧ | $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ |
| Rechtssdistributivität — | $(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c)$ |
| Idempotenz von ∧ | $a \wedge a = a$ |
| Idempotenz von ∨ | $a \vee a = a$ |
| De Morgansche Gesetze | $\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$<br>$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$ |
| Absorptionsgesetze | $a \wedge (a \vee b) = a$<br>$a \vee (a \wedge b) = a$ |

| | |
|---|---|
| Gesetz der doppelten Negation | $a = \neg(\neg a)$ |
| | $f \longrightarrow a = w$<br>$a \longrightarrow w = w$ |
| Kurzschlussauswertungen | $a \wedge w = a$<br>$a \wedge f = f$<br>$\neg(a \wedge f) = w$<br>$a \vee w = w$<br>$a \vee f = a$<br>$\neg(a \vee w) = w$ |

| | |
|---|---|
| direkter Beweis: | $w = [(A \wedge (A \longrightarrow B)) \longrightarrow B]$ |
| indirekter Beweis: | $w = [(A \wedge (\neg B \longrightarrow \neg A)) \longrightarrow B]$ |
| Widerspruchsbeweis: | $w = [[(\neg B \longrightarrow A) \wedge (\neg B \longrightarrow \neg A)] \longrightarrow B]$ |
| Kettenschluss: | $w = [(A \longrightarrow B) \wedge (B \longrightarrow C)] \longrightarrow (A \longrightarrow C)$ |

| Normalformen | | Erläuterung | Beispiel |
|---|---|---|---|
| boolesche Normalform | BNF | Beschränkung auf ¬ ∨ ∧ | $(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$ |
| Negationsnormalform | NNF | Negation beschränkt auf atomare Aussagen | $a \wedge (\neg b \vee c \vee d)$ |
| konjunktiver Normalform | KNF | Konjunktion von Volldisjunktionen[5] | $(a \vee \neg b) \wedge (a \vee c) \wedge d$ |
| kanonische konjunktive — | KKNF | Konjunktion von Maxtermen[6] | $(a \vee \neg b \vee c) \wedge (a \vee b \vee \neg c)$ |
| disjunktive Normalform | DNF | Disjunktion von Vollkonjunktionen | $(a \wedge b \wedge c) \vee (c \wedge \neg d)$ |
| kanonische disjunktive — | KDNF | Disjunktion von Mintermen | $(\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c)$ |

1 k – kommutativ (⟶ Vertauschungsgesetz), a – assoziativ (⟶ Verknüpfungsgesetz); Distributivität (⟶ Verteilungsgesetz) ist hingegen kontextabhängig
2 auch Adjunktion, Alternative, inklusives Oder
3 auch vollständige / antivalente Disjunktion, Alternation, ausschließendes Oder, Bisubtraktion, kontradiktorischer Gegensatz, Kontrajunktion
5 boolescher Ausdruck, in welchem alle Variablen einmalig (negiert / nicht negiert) und durch Disjunktionen miteinander verbunden vorkommen
6 Volldisjunktion, in welcher alle Variablen der betrachteten booleschen Funktion enthalten sind